

NOM:

CLASSE:

LYCÉE LES HABERGES - VESOUL

Mercredi 11 Mai 2011

DEVOIR COMMUN DE MATHÉMATIQUES

Classe de seconde générale et technologique

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 2 HEURES

- ★ *Le sujet, à rendre impérativement avec la copie, comporte quatre exercices. Pour information, le barème ainsi que la durée conseillée pour traiter chacun des exercices sont donnés ci-dessous :*
- *Exercice 1 : noté sur 7 points durée conseillée : 50 minutes*
 - *Exercice 2 : noté sur 4 points durée conseillée : 20 minutes*
 - *Exercice 3 : noté sur 4 points durée conseillée : 25 minutes*
 - *Exercice 4 : noté sur 4 points durée conseillée : 20 minutes*
- ★ *L'utilisation d'une calculatrice est autorisée mais aucun document n'est toléré.*
- ★ *Sauf mention contraire, les réponses données doivent être justifiées et les calculs détaillés.*
- ★ *La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

EXERCICE 1

Partie A

Dans cette partie, aucune figure n'est exigée mais, si vous le jugez utile, vous pouvez utiliser le repère donné ci-dessous (fig. 1, p. 2) pour en réaliser une, que vous pourrez compléter au fur et à mesure.

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) , on donne les points $A(-3; 4)$, $B(3; -3)$ et $C(1; 5)$.

1. Calculer la longueur BC .
2. On admet que $AB = \sqrt{85}$ et $AC = \sqrt{17}$. Montrer que le triangle ABC est rectangle.
3. Calculer les coordonnées du point M , milieu du segment $[AB]$.
4. Soit le cercle \mathcal{C} de centre M passant par le point A . Que remarque-t-on ?
5. On nomme D le point symétrique du point C par rapport au point M . Quelle est la nature du quadrilatère $ACBD$?
6. On considère le point E de coordonnées $(21; 10)$. Les points A , C et E sont-ils alignés ?
7. *Dans cette question, aucune justification n'est demandée.*

Quelle est la nature du quadrilatère $AEBD$?

Partie B

Dans cette partie, D_1 , D_2 , D_3 désignent trois nombres vérifiant $0 < D_1 \leq D_2 < D_3$.

On considère l'algorithme ci-contre :

1. Exécuter l'algorithme avec $D_1 = 3$, $D_2 = 4$ et $D_3 = 5$ et indiquer le résultat obtenu.
 2. À quoi sert cet algorithme ?
 3. À quelle question de la **partie A** aurait-on pu répondre en utilisant cet algorithme ?
- Préciser les valeurs qu'il aurait fallu affecter aux variables D_1 , D_2 et D_3 ainsi que le résultat que l'algorithme aurait affiché.

Variables

D_1, D_2, D_3, n, m

Entrées

Saisir D_1, D_2, D_3

Traitement

n prend la valeur $D_3 \times D_3$

m prend la valeur $D_2 \times D_2 + D_1 \times D_1$

Si $n = m$

Alors afficher « oui »

Sinon afficher « non »

Fin si

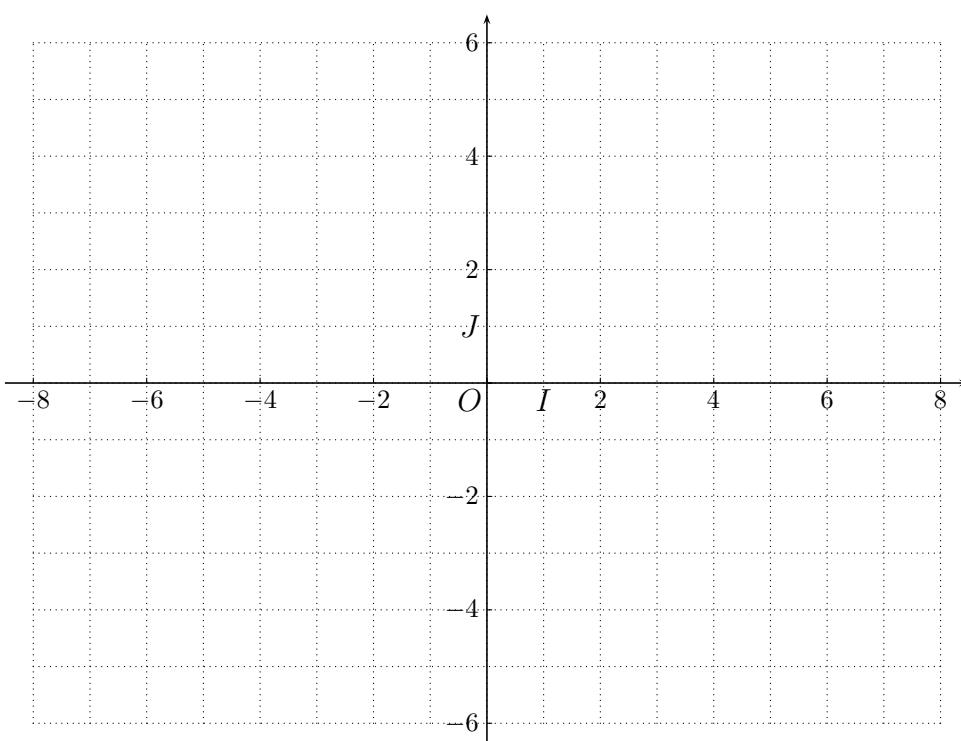


FIGURE 1 – PARTIE A

EXERCICE 2

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (qcm).

Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est correcte.

Indiquer sur la copie, sans justifier le choix effectué, le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la réponse choisie.

1. On donne ci-contre le tableau de variations d'une fonction f définie sur $[-3; 4]$.

- a. $f(-3) = 0$
- b. $f(-1) < f(-2)$
- c. $f(-1) < f(1)$
- d. L'équation $f(x) = 1$ n'a aucune solution dans $[-3; 4]$.

x	-3	0	4
Var. f	2	-3	8

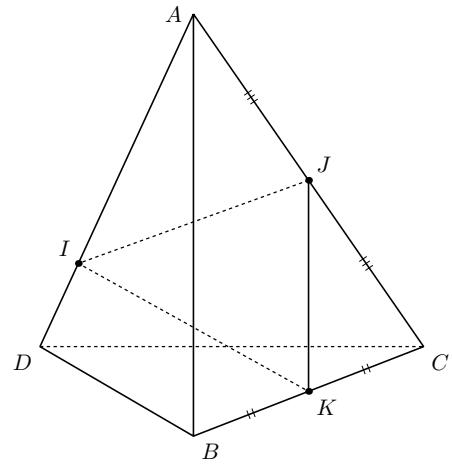
2. Dans un groupe de 30 adolescents, on a relevé le nombre d'heures hebdomadaires consacrées à leurs exercices de mathématiques.

- a. Le temps médian de cette série statistique est de 3 heures.
- b. Exactement 25 % des adolescents interrogés passent au plus 3 heures par semaine sur leurs exercices de mathématiques.
- c. Le temps moyen hebdomadaire consacré aux exercices de mathématiques est de 2 heures 10 minutes.
- d. L'étendue de cette série statistique est 10.

Nombre d'heures	1	2	3	4	5
Effectifs	12	8	5	3	2

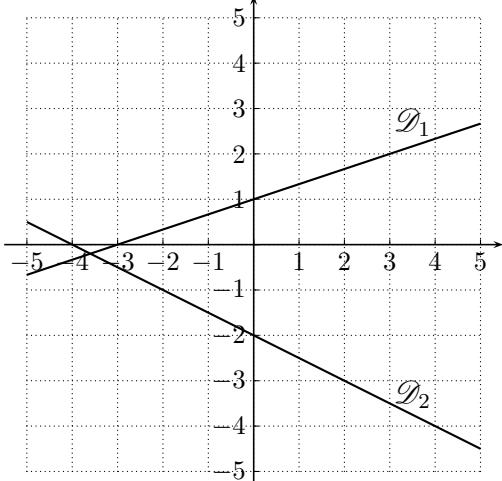
3. Sur la figure ci-contre, $ABCD$ est un tétraèdre, I le point de $[AD]$ tel que $AI = \frac{3}{4}AD$, J le milieu de $[AC]$ et K le milieu de $[BC]$.

- a. Les droites (IK) et (AB) sont sécantes.
- b. Les droites (JK) et (AB) sont non coplanaires.
- c. La droite d'intersection des plans (IJK) et (BCD) est (KD) .
- d. Les droites (IJ) et (CD) sont sécantes.



4. Dans le repère ci-contre, on donne les droites \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 .

- a. Le coefficient directeur de la droite \mathcal{D}_1 est 3.
- b. La fonction affine représentée par la droite \mathcal{D}_2 est $x \mapsto -\frac{1}{2}x - 2$.
- c. L'ordonnée à l'origine de la droite \mathcal{D}_2 est 2.
- d. Le point A de coordonnées $\left(-\frac{7}{2}; -\frac{1}{6}\right)$ appartient à la droite \mathcal{D}_2 .



5. On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x^2 - 3x - 1$.

- a. $f(-1) = 8$
- b. La fonction f admet un maximum sur \mathbb{R} .
- c. Si a et b sont deux réels négatifs tels que $a < b$ alors on peut affirmer que $f(a) > f(b)$.
- d. La fonction f est croissante sur $\left]-\infty; \frac{3}{4}\right]$.

EXERCICE 3

1. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x(-x + 12)$.

Étudier le signe de la fonction f à l'aide d'un tableau de signe.

Dans la suite de l'exercice, l'unité de longueur est le centimètre.

2. $ABCD$ est un carré de côté x , avec $x > 6$.

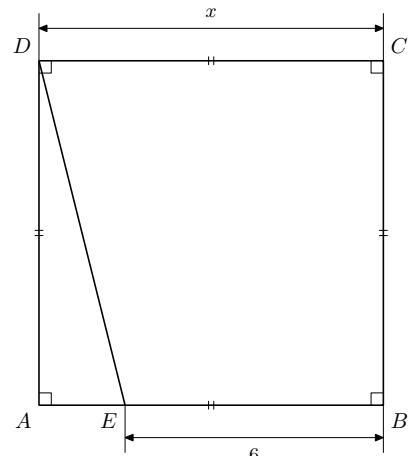
E désigne le point du segment $[AB]$ tel que $EB = 6$.

a) Exprimer, en fonction de x , l'aire du triangle AED .

b) Écrire l'inéquation qui traduit la question suivante : Pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire du carré $ABCD$ est-elle strictement supérieure au quadruple de l'aire du triangle AED ?

c) Établir que cette inéquation est équivalente à $x(-x+12) > 0$.

d) En déduire la réponse à la question posée en 2b.



EXERCICE 4

Dans cet exercice, composé de deux questions indépendantes, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même infructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Question n° 1 : On sait que x est un réel strictement négatif tel que $x^2 + \frac{1}{x^2} = 5$.

Que vaut alors l'expression $\left(x + \frac{1}{x}\right)$?

Question n° 2 : Les deux triangles grisés du dessin ont-ils la même aire ?

